**1、目的**

* 自作のコイルとコンデンサーを使った回路で、共振現象を観察する。
* コイルとコンデンサーのインダクタンスと静電容量を求める。

**2、原理**

(1)インダクタンス

　図1のように円筒状のコイルに電流が流れているとき、が一定ならばAB間に電位差は生じないが、が変化するときは電磁誘導によって電位が生じ、それは下の式(1)で表される。この比例定数をインダクタンスといい、単位をH(ヘンリー)で表す。

　―(1)

図1、円筒コイルの回路

　そして、角振動数で正弦的に変化する電流が式(2)のように表されるとき、式(1)、(2)より式(3)のように表される。

　―(2)

　―(3)

　また、半径の円筒に長さにわたって隙間なくまかれた巻きの単層ソレノイドのインダクタンスは次の式(4)のように表される。このを長岡定数といい、の関数で下の表1のような値をとる。

(H)　―(4)

表1、長岡定数の値

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 2.0 |
|  | 0.920 | 0.850 | 0.780 | 0.735 | 0.688 | 0.526 | 0.365 |

(2)静電容量

　図2のように、不導体で隔てられた一対の電極に電位差を与えると、との電荷が蓄えられ、その電荷は下の式(5)のようになる。この比例定数は静電容量といい、単位はF(ファラッド)で表す。

　―(5)

図2、コンデンサーの回路

そして、電流は式(6)のように表されるので、式(5)、(6)より式(7)が得られ、この微分方程式を解くと、式(8)のようになる。

　―(6)

　―(7)

　―(8)

　ここで、インダクタンスと同様に、角振動数で正弦的に変化する電流が式(2)のように表されるとき、は次の式(9)のようになる。

　―(9)

また、コンデンサーの両電極の向かい合う面積がで、電極間の距離がで、その間の物質の比誘電率がのとき、は式(10)のように表される。

(F)　―(10)

(3)共振

　コイルとコンデンサーを直列につないだとき、その両端にかかる電圧は、式(3)、(9)より、次の式(11)のようになる。



　―(11)

そして、式(11)より下の式(12)が得られ、よって、式(13)のとき理論上は無限大となる。

　―(12)



　―(13)

(4) 値

　理論上はでとなるが、実際には導線の抵抗や誘電体の損失のため、ある有限の値にしかならない。そのため、周波数に対する電流のグラフも急なピーク曲線にはならず、山型の曲線になる。そのため、に対応する、が存在し、下の式(14)のように値を計算する。この値はピークの鋭さを表している。

　―(14)

**3、実験方法**

(1)A実験

1. 下の図3のようなコイルを作成し、図4のように回路を組んだ。
2. コンデンサーを1.04(nF)の既存のものを用い、の周波数と電圧を測定した。
3. 、およびその他8つのについて、周波数と電圧を測定した。
4. コンデンサーを4.73(nF)にかえて同様の実験を行った。

(2)B実験

1. 下の図5のようにラップとアルミ箔を並べ、これを赤鉛筆に巻いてコンデンサーを作った。
2. (1)と同様に回路を組み、コンデンサーには①で作ったものを用いた。
3. および、の周波数と電圧を測定した。

図3、自作のコイル　　　　　　　　　　図4、回路の組み方

図5、自作のコンデンサー

**4、結果**

(1)A実験

①測定値

(ⅰ)主コイルについて

まず、主コイルに関する数値は、下の表2の通りだった。

表2、主コイルに関する数値

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 総巻数 | 半径(m) | 長さ(m) |
| 100 | 1.2503×10－2 | 2.490×10－2 |

(ⅱ)1.04(nF)のとき

　このときの、、の周波数のと電圧は下の表3のようになった。

表3、1.04(nF)のときの、、

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 周波数(kHz) | 360.1 | 355.3 | 368.3 |
| 電圧(V) | 14.2 | 10.0 | 10.0 |

　また、その他8つの測定値は下の表4のようになった。

表4、1.04(nF)のときの周波数と電圧

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (kHz) | 291.6 | 317.2 | 342.1 | 349.0 | 375.7 | 383.5 | 410.8 | 452.0 |
| (V) | 1.12 | 1.85 | 4.10 | 6.08 | 6.00 | 4.04 | 1.83 | 1.02 |

　この表3、4の値をグラフに表すと、図6のようになった。

(ⅲ)4.73(nF)のとき

　このときの、、の周波数のと電圧は下の表5のようになった。

表5、4.73(nF)のときの、、

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 周波数(kHz) | 171.2 | 168.4 | 175.1 |
| 電圧(V) | 6.07 | 4.29 | 4.29 |

　また、その他8つの測定値は次の表6のようになった。

表6、4.73(nF)のときの周波数と電圧

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (kHz) | 150.8 | 161.4 | 164.8 | 167.2 | 176.9 | 179.2 | 183.6 | 194.3 |
| (V) | 1.00 | 2.02 | 2.90 | 3.90 | 3.88 | 2.93 | 1.98 | 1.02 |

　表5、6の値をグラフに表すと、図7のようになった。

②の実験値と理論値

　式(13)より、の実験値は測定値から下の式(15)のように求められる。

　―(15)

　よって、表3、5の値と式(15)より1.04(nF)、4.73(nF)のときのインダクタンスを求めると、それぞれ下の式(16)、(17)のようになる。



(Ｈ)　―(16)



(Ｈ)　―(17)

　次に式(4)と表2の値より、の理論値を求める。の値は下の式(18)のようになるので、長岡定数は表1より、=0.688とする。よって、式(4)に表2の値を代入すると、次の式(19)のようになる。



　―(18)

　―(4)



　―(19)

　式(16)、(17)、(19)より、インダクタンスの値と、理論値からの誤差率をまとめると次の表7のようになる。

　　　　　　　　表7、インダクタンスの実験値と理論値

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | インダクタンス(H) | 誤差率(％) |
| 1.04(nF)での実験値 | 1.88×10－4 | 9.94 |
| 4.73(nF)での実験値 | 1.83×10－4 | 7.02 |
| 実験値の平均 | 1.86×10－4 | 8.77 |
| 理論値 | 1.71×10－4 | ― |

③値

　　式(14)と、表3、5の値より1.04(nF)、4.73(nF)のときのそれぞれの値を求めると、下の式(20)、(21)のようになり、これをまとめると表8のようになる。

　―(14)



　―(20)



　―(21)

表8、周波数の測定における値

|  |  |
| --- | --- |
|  | 値 |
| 1.04(nF)のとき | 27.70 |
| 4.73(nF)のとき | 25.55 |

(2)B実験

①測定値

まず、自作のコンデンサーに関する数値は下の表9の通りだった。

表9、自作のコンデンサーに関する数値

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 電極の幅(m) | 電極の長さ(m) | 電極間距離(m) |
| 3.00×10－2 | 3.00×10－1 | 1×10－4 |

　次に、このコンデンサーを用いて共振させたときの、、、の周波数のと電圧は下の表10のようになった。

表10、自作コンデンサーを用いたときの、、

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 周波数(kHz) | 185.2 | 178.1 | 192.4 |
| 電圧(V) | 3.10 | 2.19 | 2.19 |

②の実験値と理論値

　式(13)より、の実験値は測定値と表7における実験値の平均のから、下の式(22)のように求められる。よって、値を代入すると式(23)のようになる。

　―(22)



(F)　―(23)

　また、理論値は式(10)のように求められる。は電極の幅を、長さをとしたとき、下の式(24)のように求められ、式(25)のようになるので、比誘電率=3.5とすると式(26)のような理論値が得られる。

　―(24)



(㎡)　―(25)

　―(10)



(F)　－(26)

　　式(23)、(26)より、静電容量の値と、をまとめると、次の表11のようになる。

表11、静電容量の実験値と理論値

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 静電容量(F) | 誤差率(％) |
| 実験値 | 3.97×10－9 | 28.7 |
| 理論値 | 5.57×10－9 | ― |

③値

　　　式(14)と、表10の値より値を求めると、下の式(27)のようになる。

　―(14)



　―(27)

**5、考察**

(1)誤差について

①A実験

　表7の通り、どの実験値も10％前後の大きな誤差が生じてしまった。そこで、次のような誤差の原因について考えた。

(ⅰ)コイルの密度

　コイルが粗密でなかったことが、誤差の原因の1つとしてあげられる。どんなにつめても、1㎜程度しか変わらなかったのではないかと思われるので、が1㎜違ったときの理論値について考えてみる。1㎜小さくすると、まず、の値はほとんど変わらないので、そのまま計算すると式(28)のようになり、誤差の原因としては、これだけでは足らないということがわかる。





　―(28)

(ⅱ) との測定誤差

との測定において、誤差が生じるとの値が変わってくる。しかし、測定にはノギスとマクロメーターを用いたので、誤差は0.01㎜程度だと考えられる。よって、この誤差は極めて小さいと考えられるので無視してよいといえる。

(ⅲ) の測定誤差

1.04(nF)のときを例にあげて考えると、オシロスコープの性能から考えて、誤差は2V程度と考えられる。そのため、図6を見ると付近で1Vずれると、±6kHzほどの誤差が生じると考えられる。さらに、最大の周波数に合わせるのにも誤差が生じると考えられるので、あわせて、10kHz大きかったとして計算してみると、式(29)のようになる。



(Ｈ)　―(29)

このようにの測定誤差が主な誤差の原因であると考えられる。

②B実験

　B実験でもA実験と同様な理由で、の測定誤差が大きな誤差原因であると考えられる。しかし、ここでは28.7％という非常に大きな誤差が生じてしまった。これは、B実験でのの測定誤差とA実験のの測定誤差の伝播したものが重なり合って生じたものではないかと考えられる。

　また、アルミ箔のうち電極として使用した部分がそれぞれ1.78×10－2(m)、2.56×10－2 (m)であった。そのため電極の面積についてこれを考慮すると式(30)のようになる。





(F)　－(30)

　これは、負の誤差が生じているので、誤差原因の有力な1つであると考えられる。

　このほかにも、アルミ箔のもともとの長さが違っている、円筒状のコンデンサーを平行板のコンデンサーとして計算したこと、なども誤差の原因としてあげられる。

(2)問題



(3)電極の面積を×2している理由

　コンデンサーの電極の面積は向かい合っている電極の片方の面積である。今回の実験では、赤鉛筆に巻いていったので、電極の両面に電場が生じた。そのため、面積を2倍にして、理論値を求めた。

(4) 値

値について、回路の抵抗から考えてみる。銅線の抵抗をとするとき、回路のインピーダンスは式(31)のようになる。

　―(31)

　よって、回路を流れる電流は式(32)のようになる。



　―(32)

次に、電流が共振時のになる周波数は式(33)のような2次方程式になる。



　―(33)

　これを解くと、式(34)のようになる。



　―(34)

　よって、値は式(35)のようになる。



　―(35)

より、値は式(36)のように表される。

　―(36)

　このように、回路抵抗が小さいほど値は大きくなり、周波数に対する電圧のグラフは急なピーク曲線となる。